Réseau Thématique Pluridisciplinaire (RTP) Éducation

Journée d'étude de l'axe 3

Retours sur le projet Mindmath

amel.yessad@lip6.fr

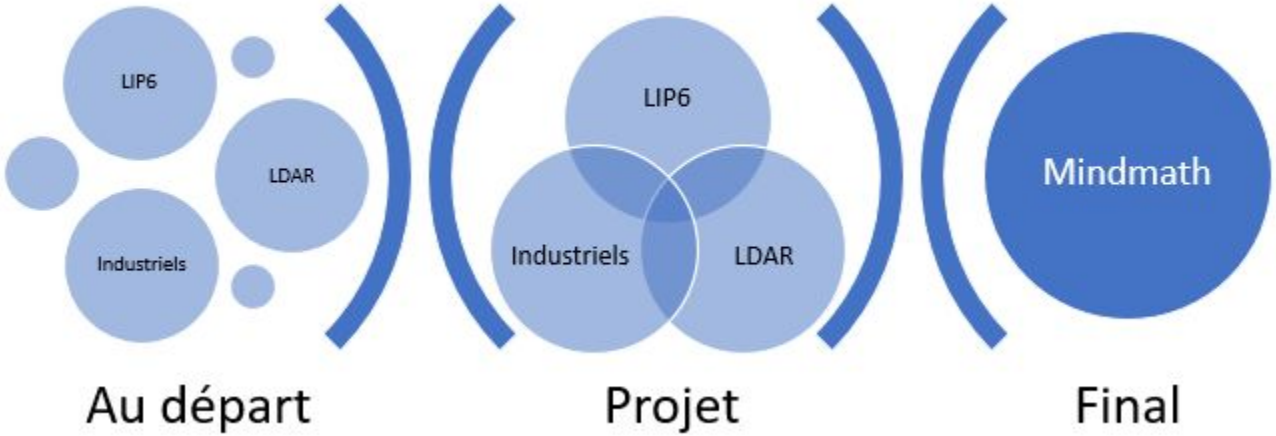
sebastien.jolivet@unige.ch

Au programme…

- Le projet Mindmath : présentation générale
- Retours sur quelques productions : focus sur les productions interdisciplinaires
- Retours sur le travail interdisciplinaire : huile et grains de sable
- En guise de conclusion

Présentation générale du projet

Projet Mindmath : Un consortium recherche et industrie



- **Plateforme numérique d'entraînement**, pour l'apprentissage de l'algèbre et de la géométrie au collège.
- Objectif : proposer à des élèves des **parcours d'exercices adaptatifs** et des **rétroactions épistémiques** pertinentes par rapport à l'activité réalisée.

LDAR
LABORATOIRE DE DIDACTIQUE ANDRÉ REVUZ

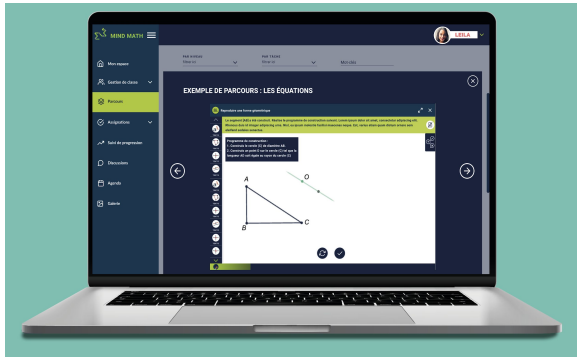
Expertise didactique
(Brigitte Grugeon-Allys, Sébastien Jolivet, Elann Lesnes, Fabrice Vandebrouck)

LIP6

Expertise informatique
(Vanda Luengo, Mathieu Muratet, Amel Yessad)

CABRILOG

Développement des exercices



domoscio

Parcours adaptatifs
IA

TRALALERE

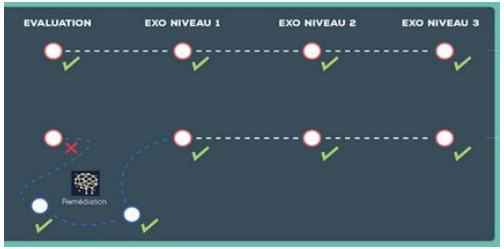
Développement interface
Aspects UX

bayard

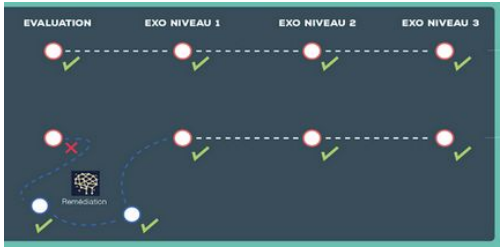
Diffusion grand public

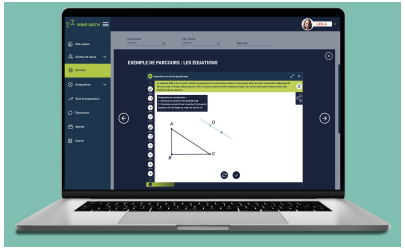
Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"

Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"

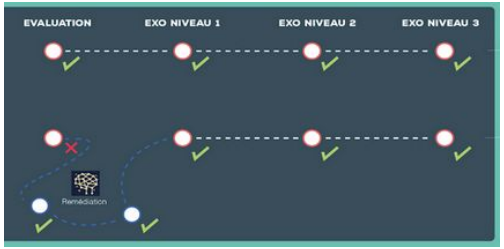


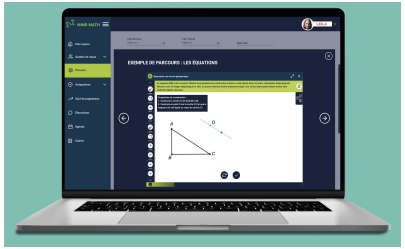
Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"



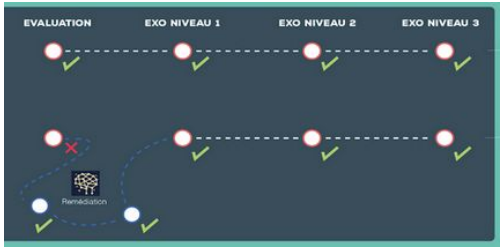


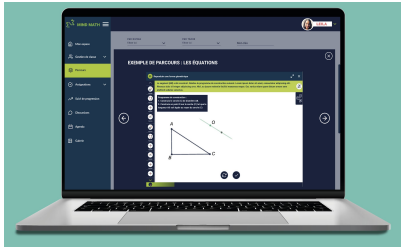
Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"





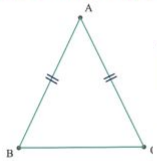
Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"





PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES D'UN TRIANGLE ISOCÈLE

. Un triangle **isocèle** est un triangle qui possède **deux côtés de même longueur**.



$AB = AC$

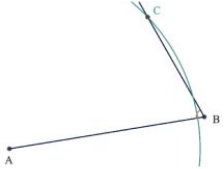
. Si un triangle est isocèle, alors **les** **la base ont même mesure**.

. Réciproquement : si un triangle a d angles de même mesure, alors il est

CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE QUELCONQUE

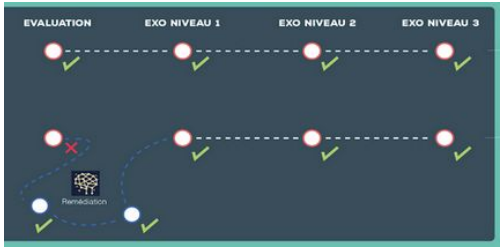
. Dans cet exemple, on construit un triangle quelconque ABC en connaissant **la longueur de chacun des côtés** $[AB]$ et $[AC]$ et **une mesure de l'angle** $\widehat{ABC}$.

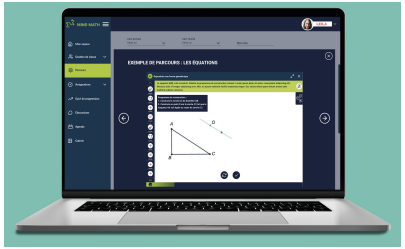
- → Etape 1 : on trace le segment $[AB]$.
- → Etape 2* : on trace une demi-droite d'extrémité B qui forme l'angle $\widehat{ABC}$ avec le segment $[AB]$.
- → Etape 3 : on trace le cercle de centre A et de rayon AC.
- → Etape 4 : le point d'intersection C de la demi-droite et du cercle est le troisième sommet du triangle.

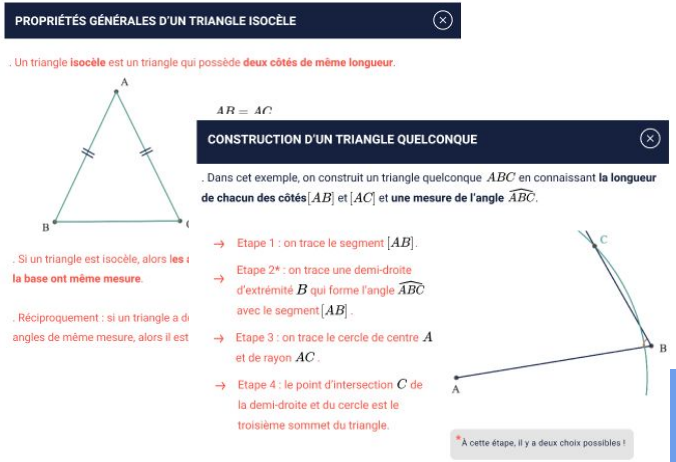


*À cette étape, il y a deux choix possibles !

Idée générale de Mindmath, ou "petit voyage en théorie"







Un jour, j'irais vivre en Théorie, car en Théorie tout se passe bien.
(P.Desproges)

Retours sur quelques productions

Ce qui a été produit

On considère ici des contributions scientifiques qui ont débouché sur des résultats tangibles, réutilisables

Point de vue informatique :

- Définition des caractéristiques d'une ontologie OWL
- De l'IA pour aborder les incertitudes
- Algorithme de décision des rétroactions augmenté par de l'expertise humaine : processus à 3 étapes

Point de vue didactique :

- Un modèle d'exercices, développé dans différents thèmes
- Un modèle du savoir qui intègre aussi la question de l'erreur
- Un modèle de l'apprenant
- Des parcours d'apprentissage

A l'**intersection**

- Une ontologie
- Un modèle de feedbacks
- Combinaison IA et expertise humaine

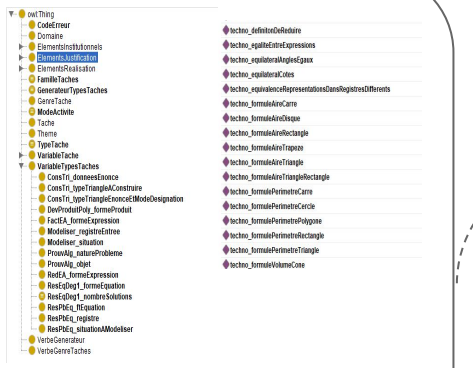
LIP6

LDAR
LABORATOIRE DE DIDACTIQUE ANDRÉ REVUZ

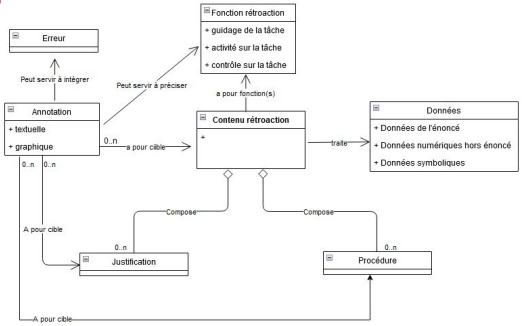
Focus sur Quatre coproductions

Monde des exercices

Monde des parcours

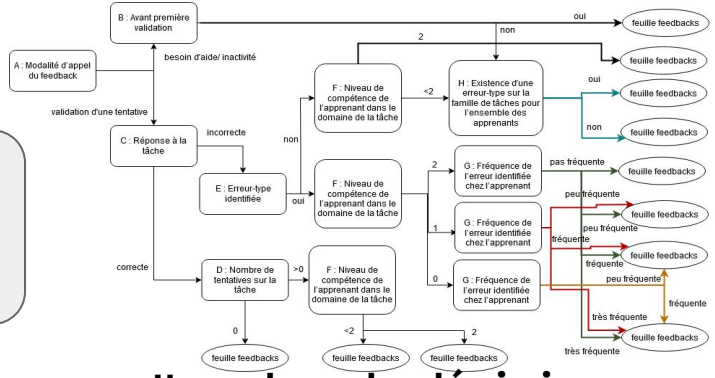


Une ontologie pour modéliser le savoir



Un modèle de feedback

Monde des rétroactions



Un arbre de décision des FB

$$Reward\ (feedback_t) = \begin{cases} 0, & success = 0 \\ \dfrac{1}{QI(feedback_t)}, & success = 1 \end{cases}$$

Une fonction de récompense

Retour sur la production de l'ontologie

Au commencement, chez les didacticiens

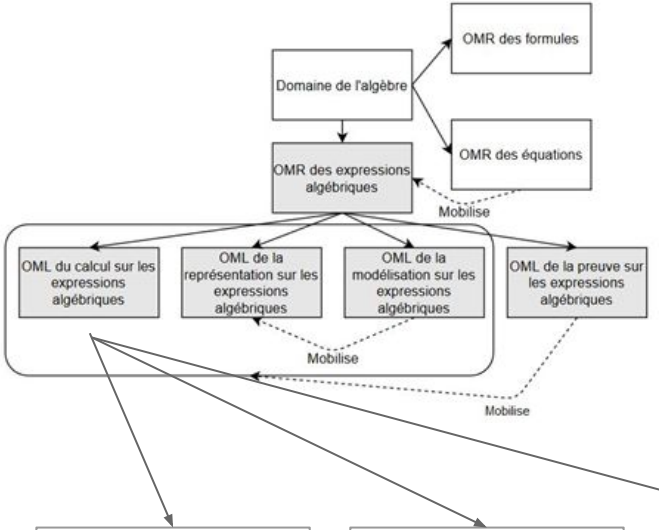
Appuis : de nombreux travaux antérieurs, d'une manière globale sur l'algèbre et la géométrie, mais aussi sur des EIAH portant sur l'algèbre (projet Pépite par exemple)

Objectif : décrire les tâches qui vont être données à l'apprenant

Contraintes :

- cette description doit permettre la production effective des exercices par Cabrilog
- le choix des tâches et leur description doivent permettre de penser les parcours en prenant en compte les connaissances didactiques
- la description des tâches doit permettre d'y associer des feedbacks

D'une modélisation du domaine…



Générateur réduire une EA

Générateur factoriser une EA

Générateur développer une EA

Verbe + complément fixe
Variables :
- de type de tâches
- de tâche
  - relatives à la portée
  - relatives à la complexité

Instanciation de toutes les valeurs

Famille de tâches

Génération par tirage aléatoire dans le domaine de chaque valeur

Tâche

Chaachoua & al. (2019) ; Jolivet (2018) ; Jolivet & al. (2021)

… jusqu'à la modélisation des tâches

Générateur : résoudre une équation du 1er degré

- variable de type de tâches 1 (VT1) : structure de l'équation ;
- variable de tâches 1 (Vt_P1) : nature des solutions ;
- variable de tâches 2 (Vt_C1) : nature des coefficients ;
- variable de tâches 3 (Vt_C2) : complexité de la réécriture.

Ft1 : {Forme de l'équation : $ax + b = c$; nature des solutions : N ; nature des coefficients : N ; complexité de la réécriture : aucune réécriture nécessaire}

Soit t1 définie par "Résoudre $4y+3 = 7$", alors $t1 \in Ft1$

Ft2 : {Forme de l'équation $P(x)= Q(x)$ avec $d°(P)$ et $d°(Q) < 2$, forme $ax + b = cx + d$ avec $c \neq 0$; nature des solutions : Q\D ; nature des coefficients : Z ; complexité de la réécriture : aucune réécriture nécessaire}

Soit t2 définie par "Résoudre $5y-3 = 2y+1$", alors $t2 \in Ft2$ mais $t2 \notin Ft1$

Quand les didacticiens rencontrent les informaticiens : Réification du modèle didactique dans une ontologie

40 ans de travaux de didactique

Un cadre théorique : la TAD et son développement T4-TEL qui sont utilisés pour produire de premières modélisations

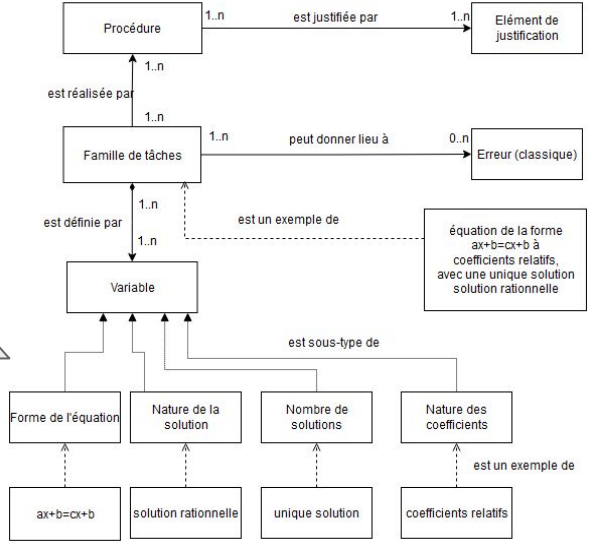
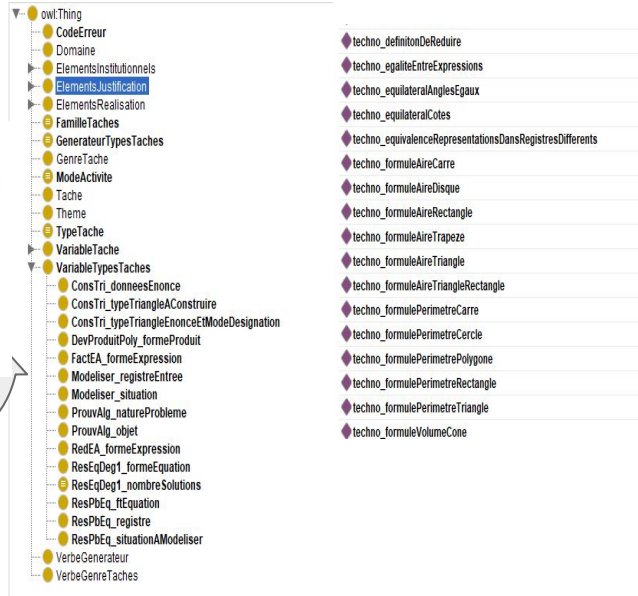


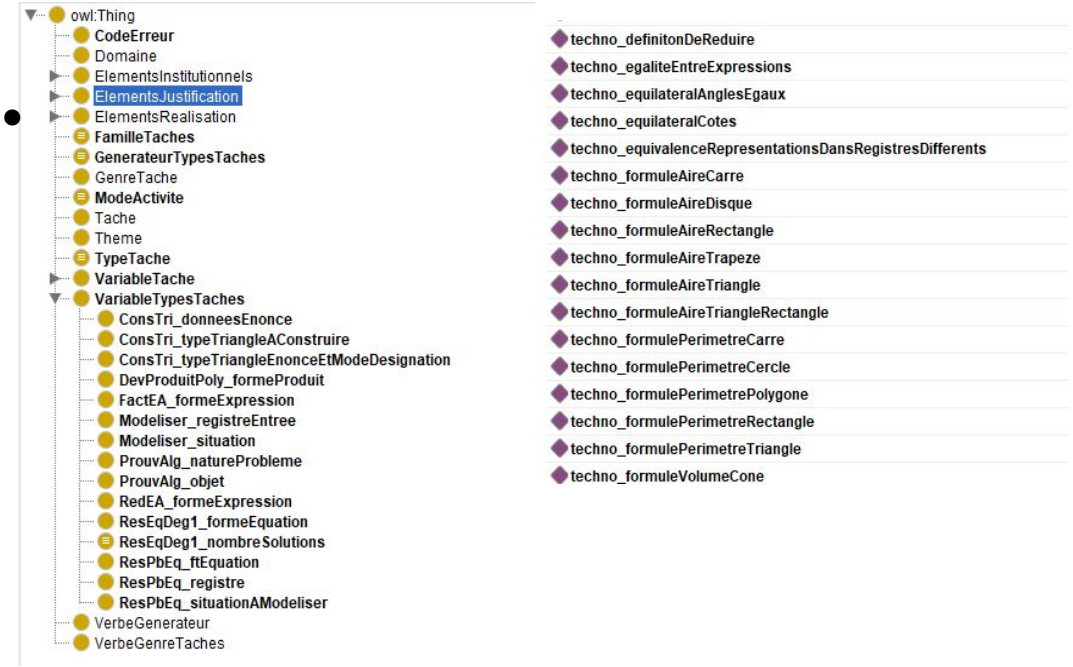
Diagramme de classes modélisant le modèle didactique



Ontologie des concepts du modèle didactique

Réification du modèle didactique dans une ontologie

- Définit un **vocabulaire partagé** facilitant la communication
- Permet un **traitement automatique du modèle** (inférences, extraction de connaissances, etc.)
- **Un seul objet, plusieurs usages** (décision des rétroactions, séquençage des activités, etc.)

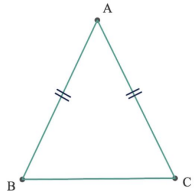


Retour sur le travail sur les feedbacks

Un modèle de feedbacks : pourquoi ? Comment ?

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES D'UN TRIANGLE ISOCÈLE

. Un triangle est **isocèle** si et seulement si il possède **deux côtés de même longueur**.



$AB = AC$

Le triangle ABC est isocèle en A.

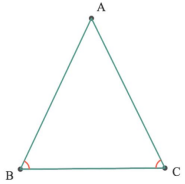
Le point A est **le sommet** du triangle isocèle.

Le segment $[BC]$ est sa **base**.

. Si un triangle est isocèle, alors **les angles à la base ont même mesure**.

$\widehat{ABC} = \widehat{BCA}$

. Réciproquement : si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.



EXEMPLES DE FACTORISATIONS

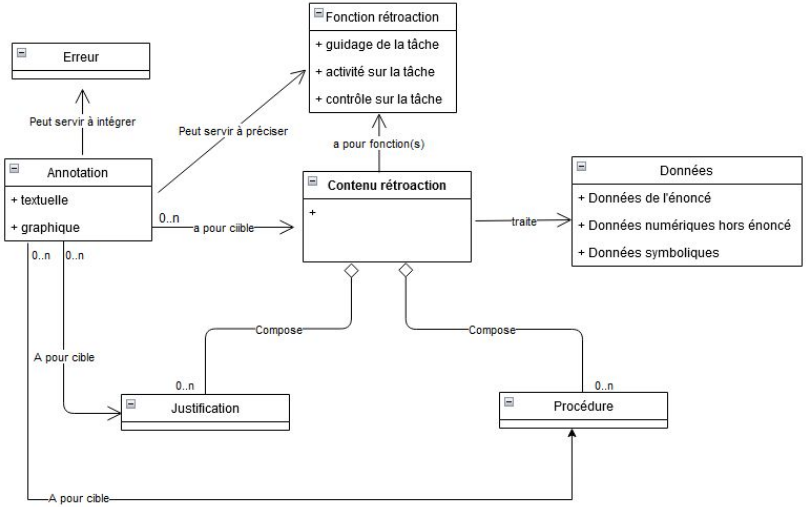
Énoncés	Résolutions	
Factoriser $4y - 4z$	$4y - 4z = 4(y - z)$ ← (facteur commun)	Ici, 4 est un facteur commun aux deux termes de la différence.
Factoriser $4 + 4y$	$4 + 4y = 4 \times 1 + 4 \times y$ ← $4 + 4y = 4(1 + y)$	On écrit $4 = 4 \times 1$ pour bien faire apparaître les facteurs du premier terme.
Factoriser $12 - 4y$	$12 - 4y = 4 \times 3 - 4 \times y$ ← $12 - 4y = 4(3 - y)$	On fait apparaître le facteur 4 qui est commun aux deux termes de la différence.
Factoriser $y^2 + 12y$	$y^2 + 12y = y \times y + 12 \times y$ ← $y^2 + 12y = (y + 12)y = y(y + 12)$	On écrit $y^2 = y \times y$ pour bien faire apparaître les facteurs du premier terme.

Besoins :

- pouvoir guider la production effective par le partenaire industriel
- pouvoir décrire le FB pour pouvoir le décider

Choix :

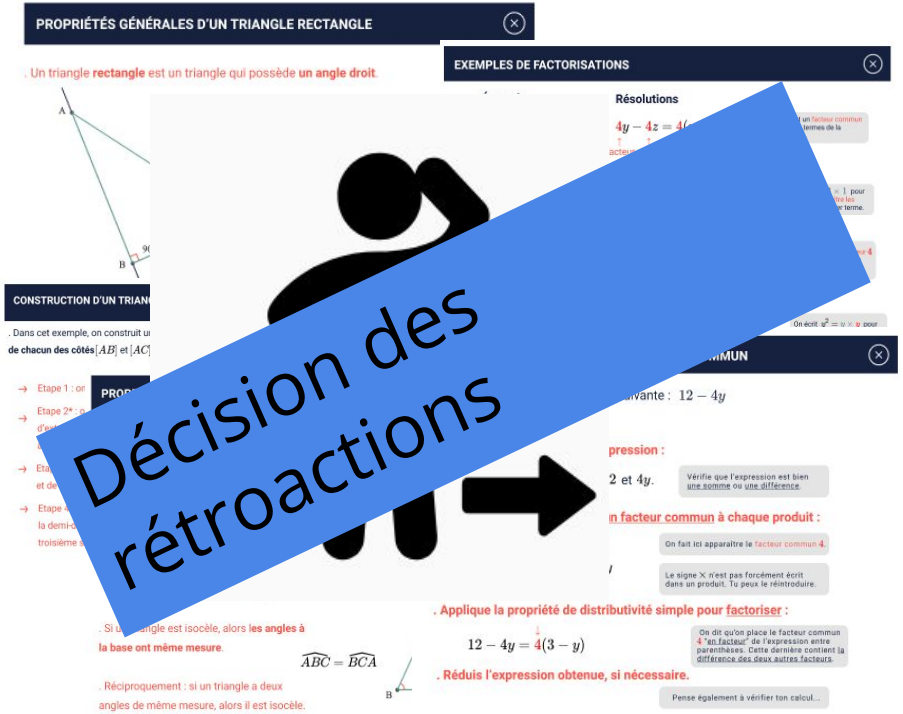
- décrire à partir des mêmes fondements théoriques que pour l'ontologie
- un modèle qui permet de penser au delà du projet



Avoir des FB c'est bien mais lequel décider ?

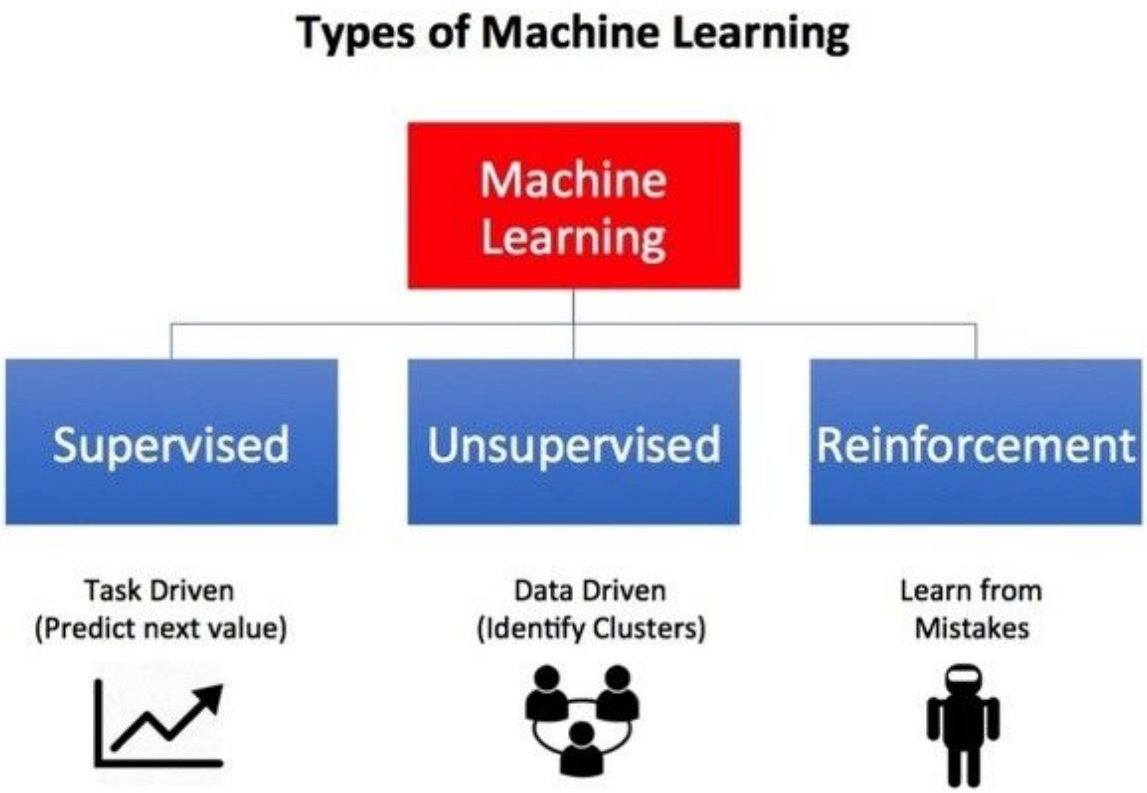
Modèle des rétroactions

Production des rétroactions



Décision des rétroactions

Apprentissage automatique pour décider les rétroactions



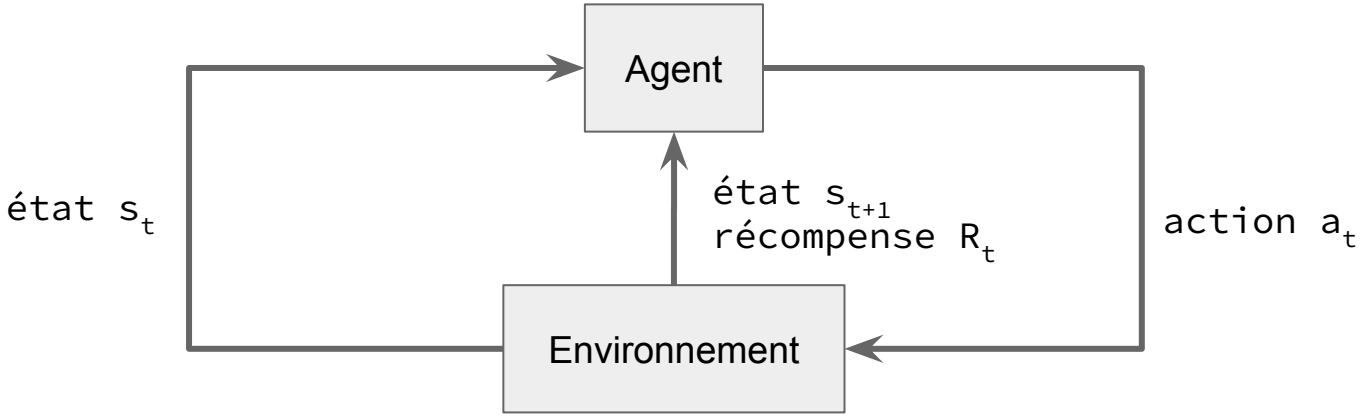
Décision des rétroactions : de l'IA pour aborder les incertitudes

- Modélisée comme un problème de décision dans l'incertain [Eisenhardt et al. 92] [Edwards, 54]
  - Incertitude sur l'état de l'environnement (connaissances partielles et incertaines sur l'état de l'apprenant, l'erreur de l'élève, la résolution, etc.)
  - Incertitude sur les conséquences (immédiates, voire différées) de la rétroaction décidée
  - Pas de supervision possible de l'expert

- Stratégie de recherche de la décision optimale : un agent logiciel qui apprend la décision des rétroactions à travers un processus essais-erreurs + récompense

→ Apprentissage par renforcement (Reinforcement learning ou RL)

Décision des rétroactions : Principe de l'apprentissage par renforcement



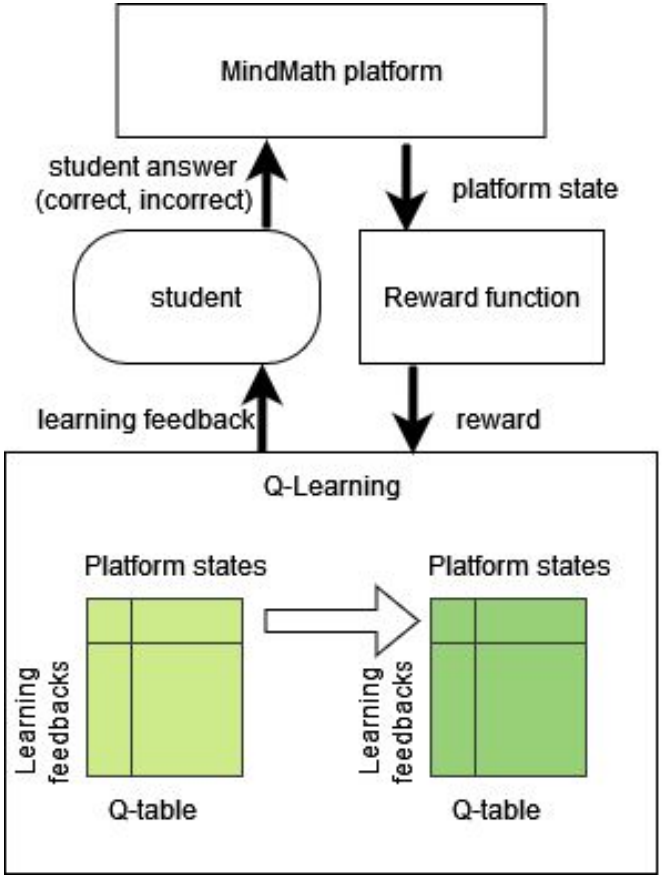
- état : état de l'environnement (dans notre cas, l'état de l'élève, de sa résolution, de ses erreurs ainsi que les caractéristiques de la tâches)
- action : rétroaction décidée par le l'agent logiciel
- récompense : le retour de l'environnement suite à la décision de l'agent (positif ou négatif) → apprentissage ou réussite immédiate dans la tâche

ALGORITHME Q-LEARNING

- Mise à jour de la q-table : Q(s,a)

$$\underbrace{\text{New}Q(s,a)}_{\text{New Q-Value}} = Q(s,a) + \underbrace{\alpha}_{\text{learning rate}} \left[\underbrace{R(s,a)}_{\text{Immediate reward}} + \underbrace{\gamma}_{\text{Discount rate}} \overbrace{\max Q'(s',a')}^{\text{Maximum predicted reward, given new state s' and all its possible actions a'}} - Q(s,a) \right]$$

- Recherche de la politique optimale de décision des rétroactions qui maximise l'espérance des récompenses futures
- Stratégie d'exploration vs. exploitation : **Epsilon-greedy**



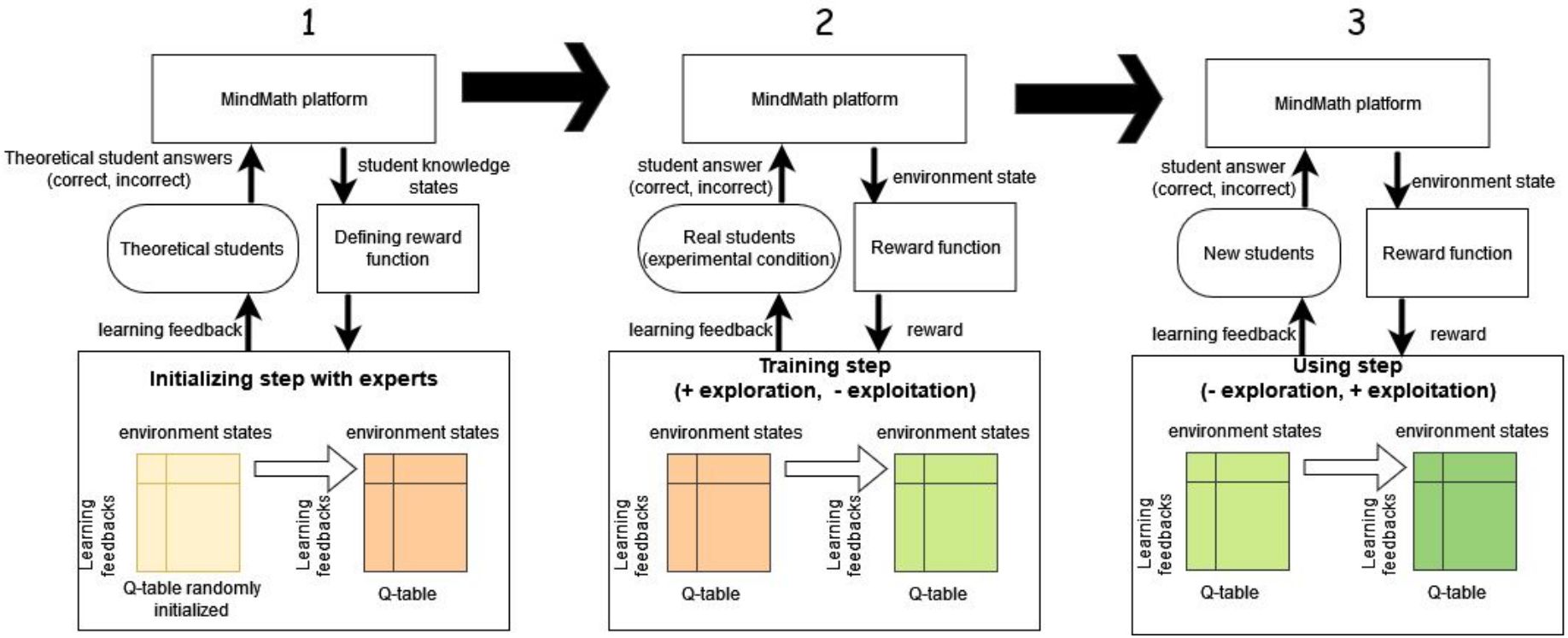
Apports de l'expert humain du domaine (didacticiens)

Deux apports principaux par rapport au RL (Q-learning) :

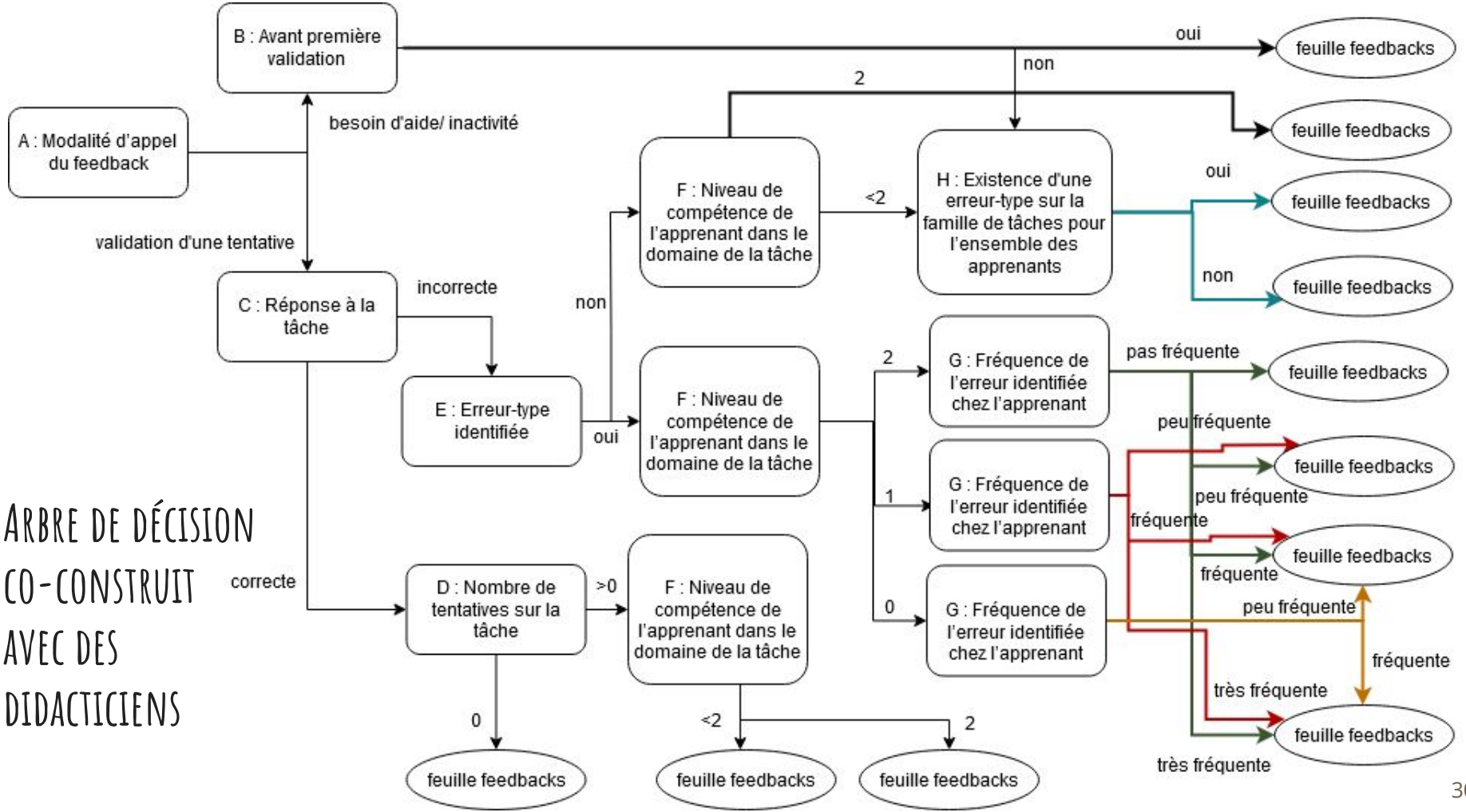
- réduire le problème du démarrage à froid du RL (Cold start problem)
- aider à la définition de la fonction de récompense

Combiner RL et expertise humaine

Processus à trois étapes

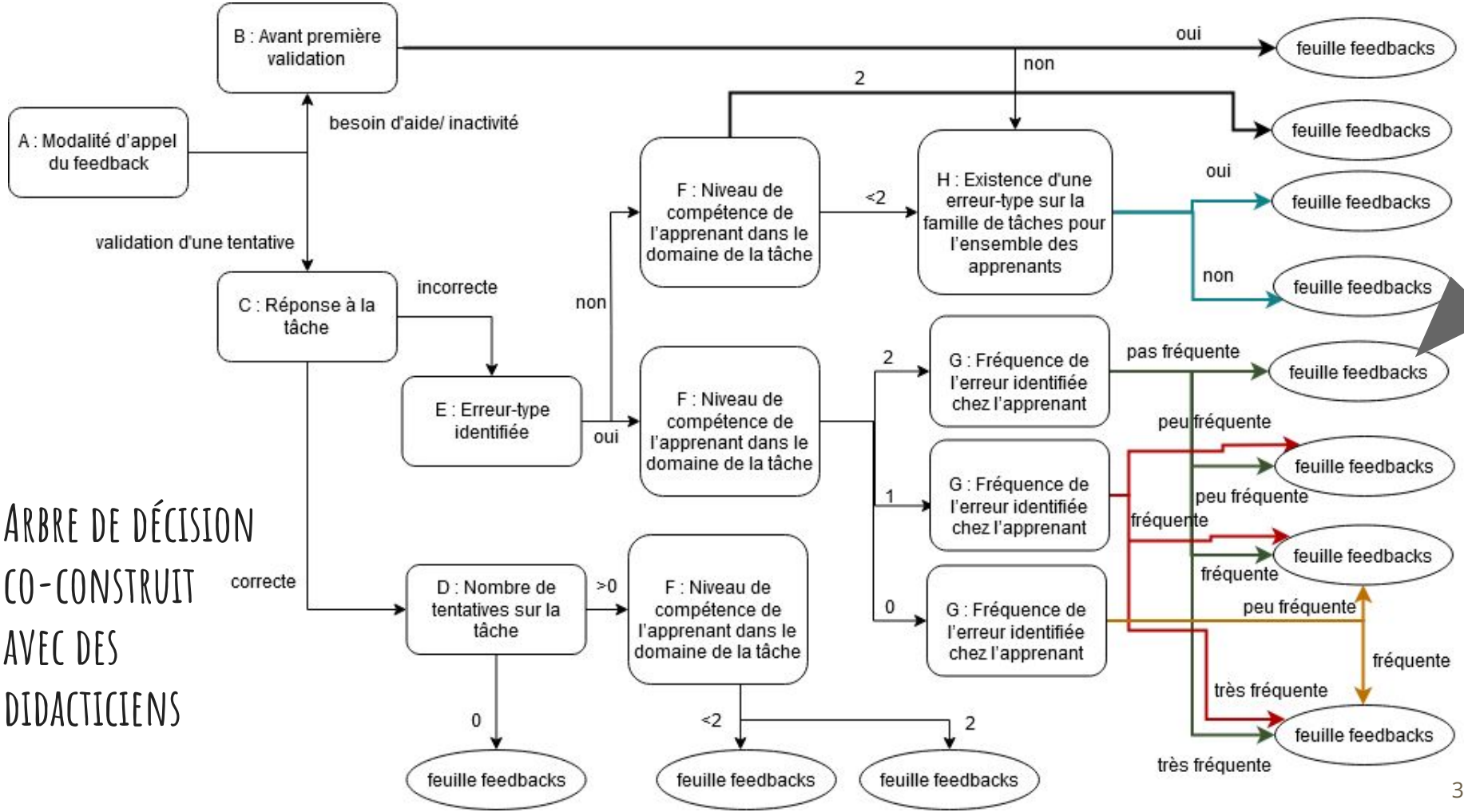


Et concrètement …



Arbre de décision co-construit avec des didacticiens

Et concrètement …



Arbre de décision co-construit avec des didacticiens

Combiner RL et expertise humaine

Fonction de récompense

Deux objectifs différents (mais pas nécessairement contradictoires) : favoriser **la réussite immédiate** dans la tâche ou bien **l'apprentissage** des concepts

"Évaluer l'utilité d'un EIAH ne consiste donc **pas seulement à vérifier si l'utilisateur peut réaliser la tâche** qu'il souhaite faire (...), mais aussi à **évaluer l'objectif de plus haut niveau qu'est l'apprentissage**. Ceci nécessite des techniques spécifiques issues de différentes disciplines dont l'objet d'étude est l'apprentissage."

(Nogry & al., 2004, p. 267)

Combiner RL et expertise humaine

Fonction de récompense

Dans MindMath : mise en place d'une fonction de récompense qui favorise **la réussite immédiate des élèves** dans la tâche

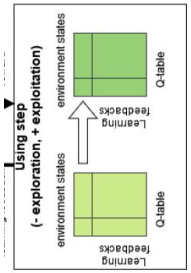
$$Reward\,(feedback_t) = \begin{cases} 0, & success = 0 \\ \dfrac{1}{QI(feedback_t)}, & success = 1 \end{cases}$$

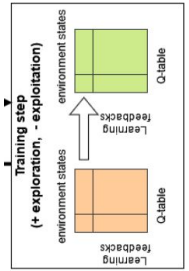
où **QI** est la quantité d'information de la rétroaction calculée à partir des éléments du modèle didactique

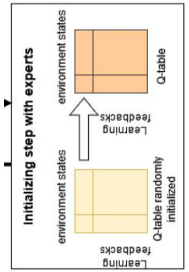
RETOUR SUR LE TRAVAIL INTERDISCIPLINAIRE : HUILE ET GRAINS DE SABLE

Un retour sur les feedbacks et leur décision

- Quand les **contraintes financières et éditoriales** percutent les productions de la recherche
- **Enjeu d'industrialisation vs. enjeu de qualité** pour que les données récupérées aient un sens
- Le processus à trois étapes **ouvre des perspectives de recherche**, pour l'informatique et la didactique, sur l'interprétation et l'amélioration des résultats de l'apprentissage automatique

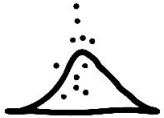


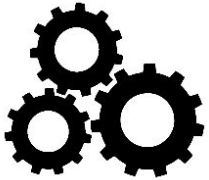


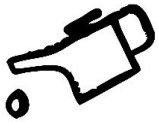


Retour sur l'ontologie : un objet révélateur

- Un processus itératif avec des aller-retours entre le modèle didactique et l'ontologie :
  - construire un **vocabulaire partagé**
  - abstraire certains aspects et en approfondir d'autres du côté des didacticiens : **un travail guidé et orienté par les questions des informaticiens** (inférences, extraction de connaissances…)
  - **besoin d'expliciter** (au delà de ce qui est parfois suffisant pour le didacticien, être clair dans sa tête ne suffit pas)
  - **besoin de documenter** les différents objets (garantie de réutilisabilité et de maintenabilité)
- Un objet (potentiellement) central dans le projet, qui permet d'**assurer une cohérence entre les différents mondes** (parcours, exercices, rétroactions)
- Comprendre le retour sur investissement de cet objet : croire l'informaticien quand il explique que même si une connaissance n'est pas déclarée explicitement elle peut être inférée
- Un objet dont le **coût d'entrée reste élevé** : son utilisation n'est pas nécessairement partagée par tous les partenaires industriels, ce qui peut limiter sa portée effective







- Différences de références / cadres théoriques
- Différences méthodologiques
- Vocabulaire polysémique
- Des finalités qui peuvent être différentes

- Être au clair, au sein de son domaine, sur les concepts, notions…
- Savoir différencier l’essentiel de l’accessoire
- La confiance
- Différentes modalités de travail commun
- Anticipation et adaptabilité

Du côté des grains de sable possibles

Des différences de fondements scientifiques :

- références, cadres théoriques, méthodes, validité scientifique
- vocabulaires

Les différences de finalités :

- entre labos
- entre labos et partenaires industriels

Difficultés à recueillir des données :

- temporalités
- accès et expérimentations sur le terrain

Le rôle fondamental du pilote du projet :

- repérer les convergences - mutualisations possibles

Du côté de l'huile pour les rouages

- La question de la confiance : plusieurs facettes
  - faire confiance au(x) partenaire(s) dans leurs champs de compétences
  - confiance des industriels pour partager ou non certains éléments
  - confiance entre partenaires sur le respect du planning et la qualité de ce qui est produit
- Différentes modalités de collaboration : encadrer des travaux en communs
- Des "croyances" partagées -> aucun domaine n'est tout puissant (articulation IA symbolique et numérique pour illustrer) ; principes éthiques par rapport à l'éducation

Du côté de l'huile pour les rouages

- Capacité à construire des questions communes qui sont regardées, au moins en partie, ensemble
- Pas d'asservissement d'une discipline au profit de l'autre : les informaticiens ne sont pas les développeurs des didacticiens et les didacticiens ne sont pas l'alibi contenu des informaticiens
- Expériences antérieures qui ont notamment permis de créer un a priori positif, un respect mutuel et une reconnaissance des compétences "de l'autre"
- Les résultats antérieurs, notamment en didactique, ont permis de donner des bases de travail et de crédibiliser le projet

En guise de Conclusion

Des réussites, de l'inachevé et une question ouverte

En quoi ce projet est une **réussite** :

- Production de nombreux éléments réutilisables
- Avancées et clarifications conceptuelles notamment du côté didactique
- Perspectives de nouvelles collaborations

En quoi ce projet n'est **pas totalement aboutit** :

- Pas de plateforme fonctionnelle
- Expérimentations de terrain très limitées
- Absence de recueille de traces

Question ouverte : il existe des travaux et approches théoriques qui permettent de penser et organiser la collaboration, la conception par exemples (objet frontière, broker, symétrie de l'ignorance [Fischer, 2000]…)
Les intégrer en amont, par exemple pour organiser, piloter une partie du travail, aurait-il permis d'être plus efficace ?

Merci de votre attention

Bibliographie

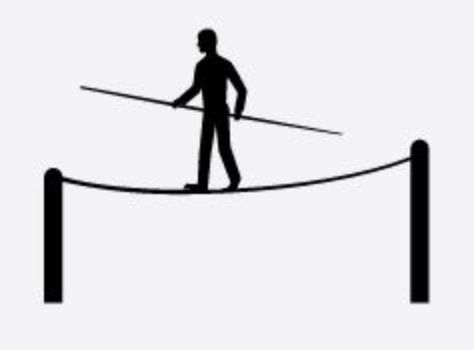
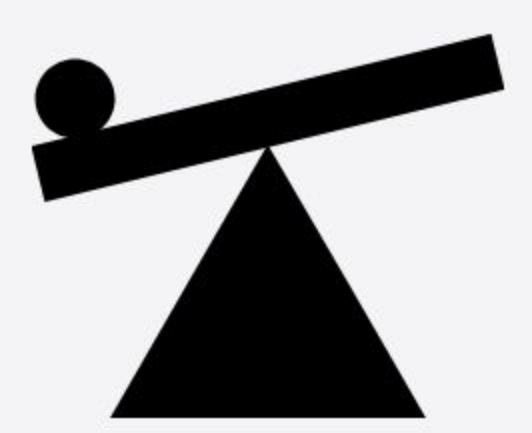
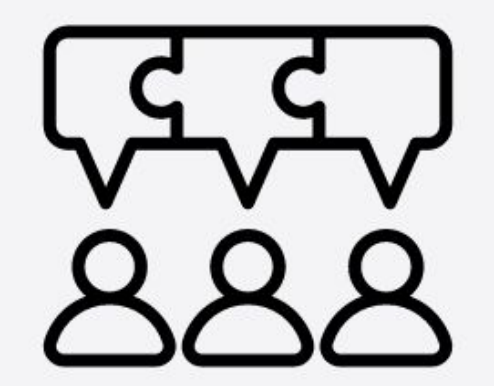
Bibliographie

- Carlile, P. R. (2002). A pragmatic view of knowledge and boundaries : Boundary objects in new product development. Organization science, 13(4), 442-455.
- Fischer, G. (1999). Symmetry of igorance, social creativity, and meta-design. Proceedings of the 3rd Conference on Creativity & Cognition, 116-123.
- Grugeon-Allys, B., Chenevotot-Quentin, F., & Pilet, J. (2021). Using didactic models to design adaptive pathways to meet students' learning needs in an on-line learning environment. In Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence—How Artificial Intelligence can serve mathematical human learning? (Springer, p. 157-188).
- Jolivet, S., & Grugeon-Allys, B. (2022). Modélisation de parcours d'apprentissage adaptés à l'apprenant dans un EIAH. Actes de la 7e conférence internationale sur la théorie anthropologique du didactique (CITAD7).
- Jolivet, S., Lesnes-Cuisiniez, E., & Grugeon-Allys, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : Prise en compte et apports de modèles didactiques. Annales de didactique et de sciences cognitives, 26, 117-156.
- Jolivet, S., Yessad, A., Muratet, M., Lesnes-Cuisiniez, E., Grugeon-Allys, B., & Luengo, V. (2022). Rétroactions dans un environnement numérique d'apprentissage : Modèle de description et décision. STICEF, 29(2).
- Jolivet, S., Yessad, A., Muratet, M., Luengo, V., Reiter, B., Grugeon-Allys, B., & Lesnes-Cuisiniez, E. (2021). Feedbacks épistémiques dans une plateforme d'entraînement aux mathématiques : Modèle et décision, apports croisés de l'informatique et de la didactique. In M. Lefevre, C. Michel, T. Geoffre, M. Rodi, L. Alvarez, & A. Karoui (Éds.), Actes de la 10e Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (p. 82-93).
- Leigh Star, S. (2010). This is not a boundary object : Reflections on the origin of a concept. Science, Technology, & Human Values, 35(5), 601-617.
- Nogry, S., Jean-Daubias, S., & Ollagnier-Beldame, M. (2004). Évaluation des EIAH : Une nécessaire diversité des méthodes. https://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00000729/document

Pistes et références pour analyser / décrire les processus

Lors du travail, on a fonctionné dans l’action et nos questionnements ne portaient pas sur l’analyse ou la mise en place de dispositifs de collaboration. Il existe des cadres qui permettent d’analyser - étudier ces situations, dont nous ne sommes pas spécialistes

Fischer, 2000. Symmetry of ignorance (ou asymmetry of knowledge) pour aider au meta design

Broker, objets frontières…

Projet Colab